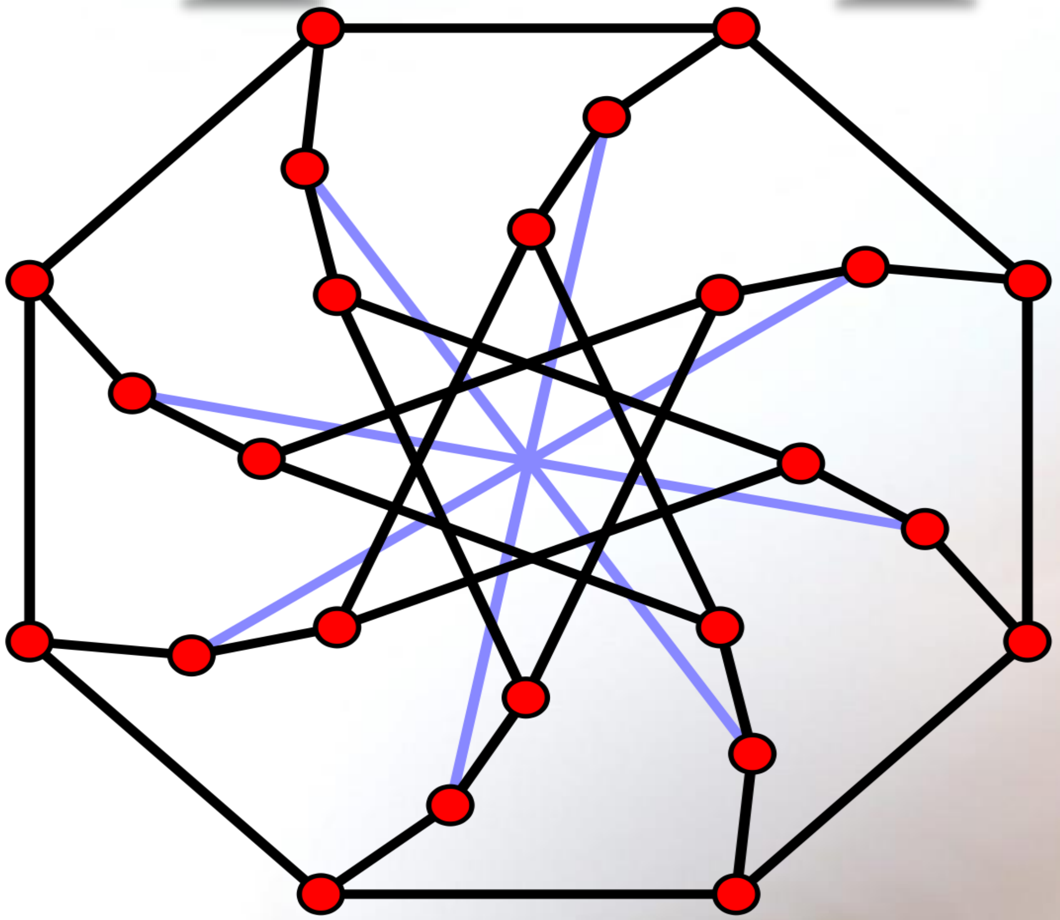
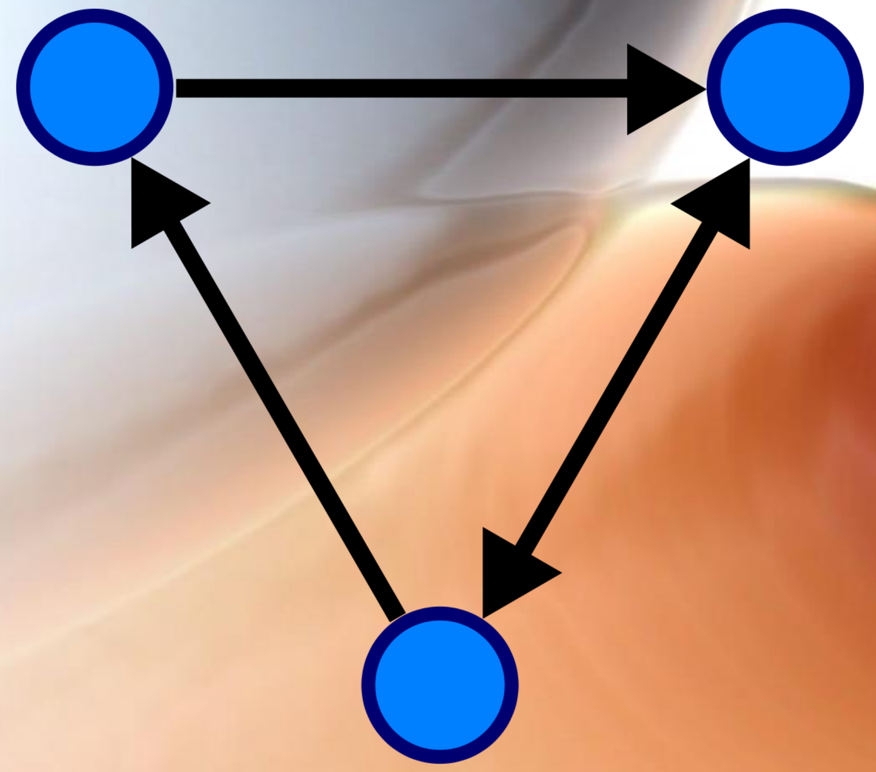
Графы





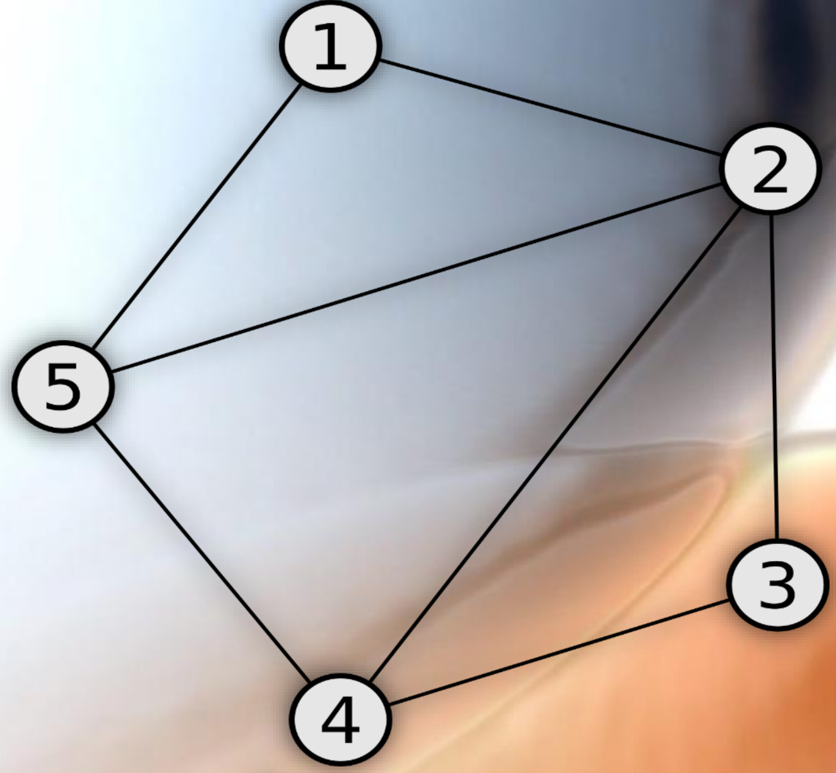
Выполнил: Карцева Ю.Е. 1/16

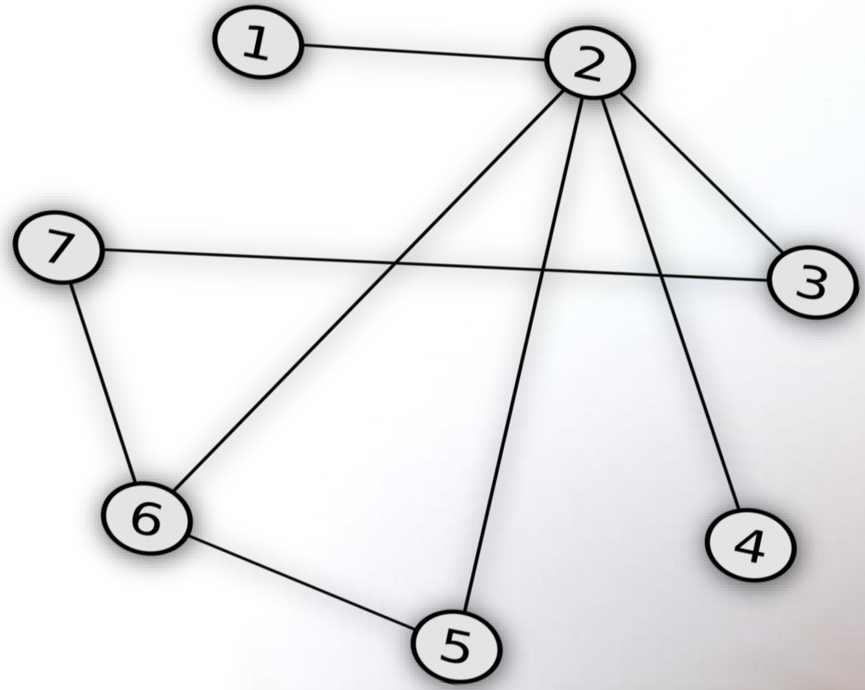
Руководитель: ст. преп. Кулакова С. В.

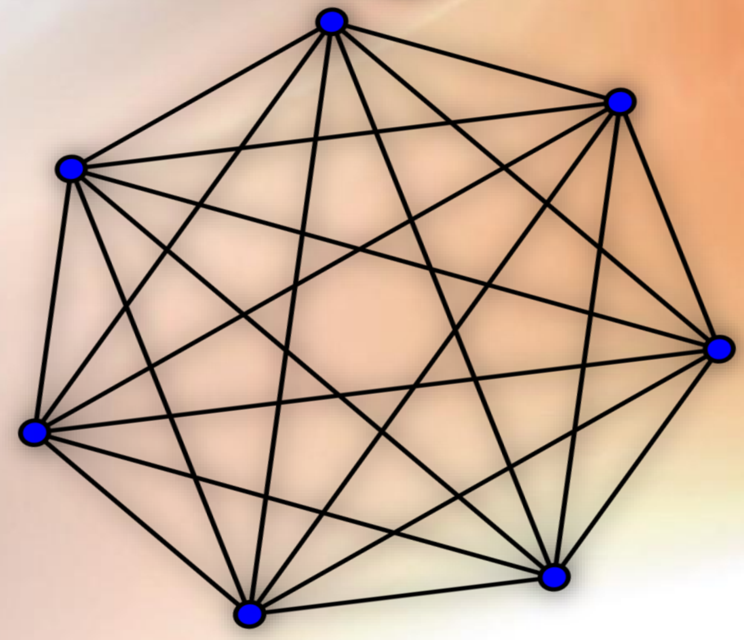
Цели и задачи.

- Познакомится с теорией графов в математике.
- Познакомиться с историческими сведениями.
- Научиться решать задачи при помощи графов.
- Показать связь с другими областями знаний.
- Исследовать роль графов в нашей жизни.

***Граф** — абстрактный математический объект, представляющий собой множество вершин графа и набор рёбер, то есть соединений между парами вершин.*

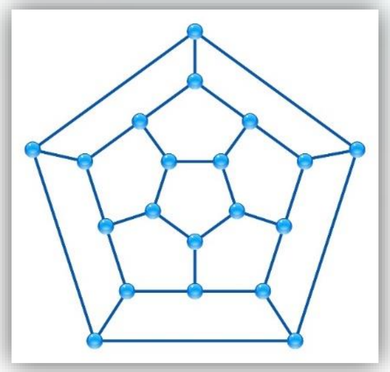




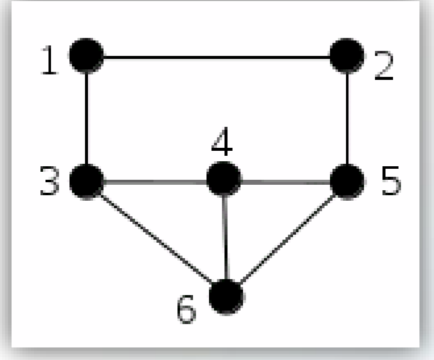


Виды графов.

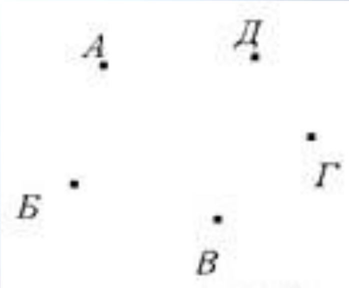
Связный граф *– граф, в котором отсутствуют недостижимые вершины (вершины, не связанные с остальными).*



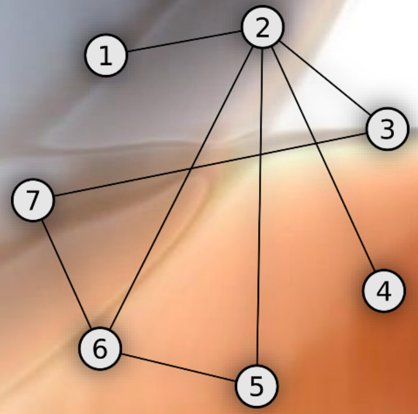
Неориентированный граф *– граф, рёбра которого не имеют определённого направления.*



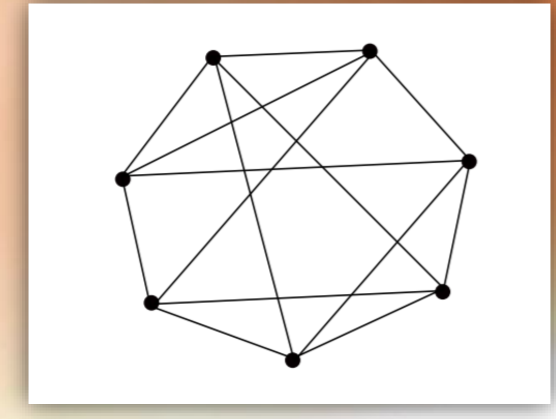
Нулевой граф*- граф, состоящий из «изолированных» вершин.*



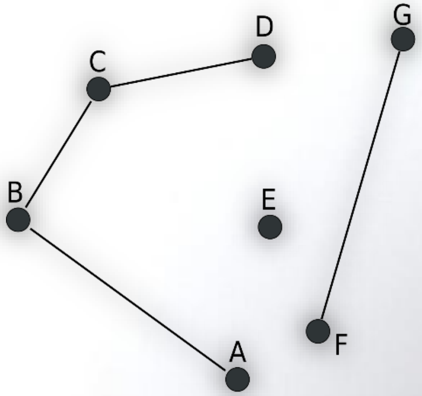
Бесконечный граф *– граф, конец которого в определённом направлении(ях) простирается до бесконечности.*



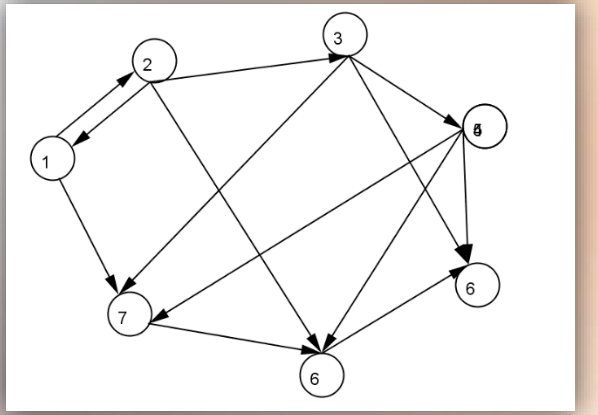
Конечный граф *– граф с конечным количеством рёбер и вершин.*



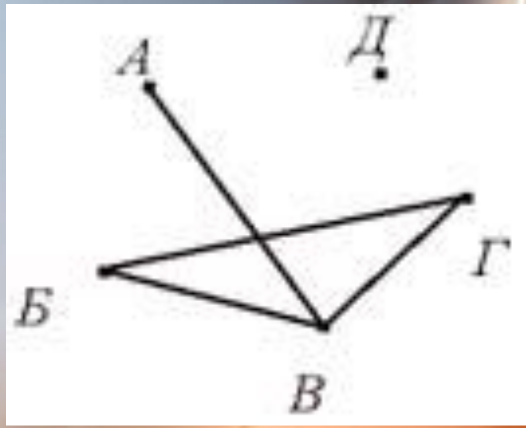
Несвязный граф *– граф, в котором существуют недостижимые вершины.*



Ориентированный (направленный) граф – *граф, рёбра которого имеют определённое направление.*



Степени вершин и подсчет числа ребер.



Количество рёбер, выходящих из вершины графа, называется степенью вершины. Вершина графа, имеющая нечётную степень, называется нечетной, а чётную степень – четной. Если степени всех вершин графа равны, то граф называется однородным.

Ст.А = 1, Ст.Б = 2, Ст.В = 3, Ст.Г= 2, Ст.Д= 0.

Закономерность 1. Степени вершин полного графа одинаковы, и каждая из них на 1 меньше числа вершин этого графа.

Закономерность 2. Сумма степеней вершин графа число четное, равное удвоенному числу ребер графа.

ТЕОРЕМА. Число нечетных вершин любого графа четно.

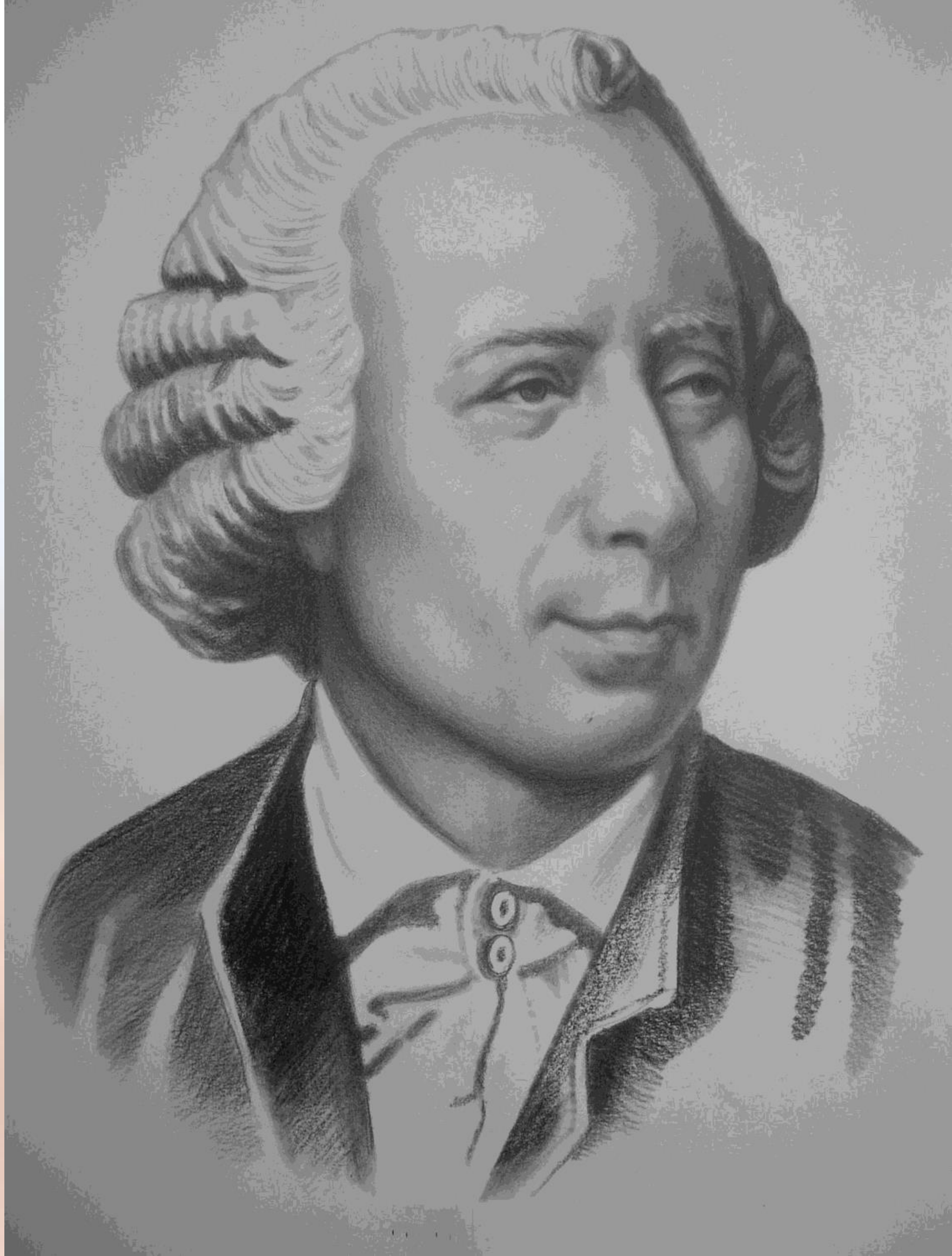
Заметим, что если полный граф имеет n вершин, то количество ребер будет равно

$n(n-1)/2$.

Немного из истории.

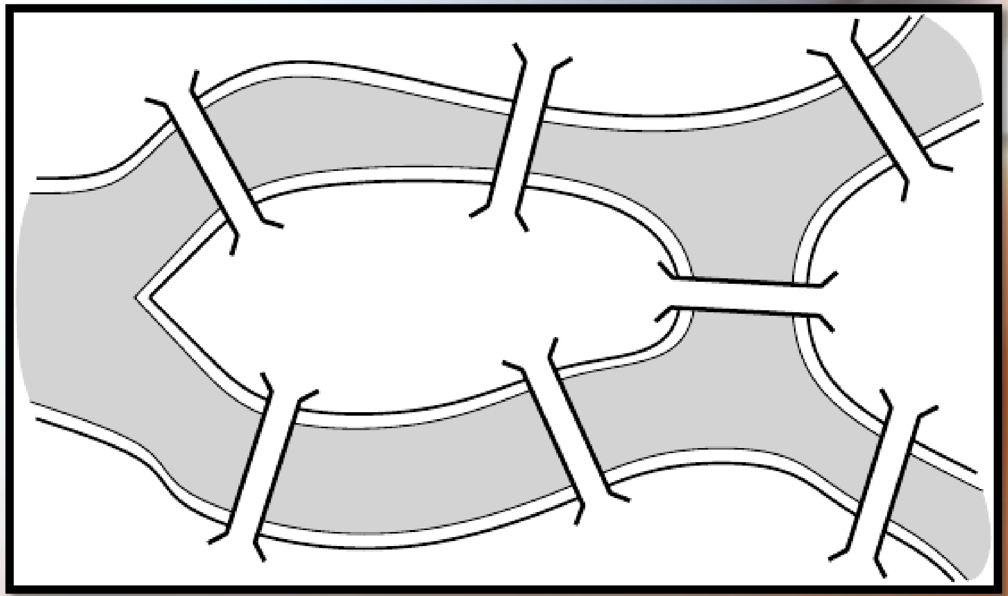
Родоначальником теории графов принято считать математика **Леонарда Эйлера** (1707-1783, российский математик, швейцарец по происхождению, академик Петербургской и Берлинской академии наук).

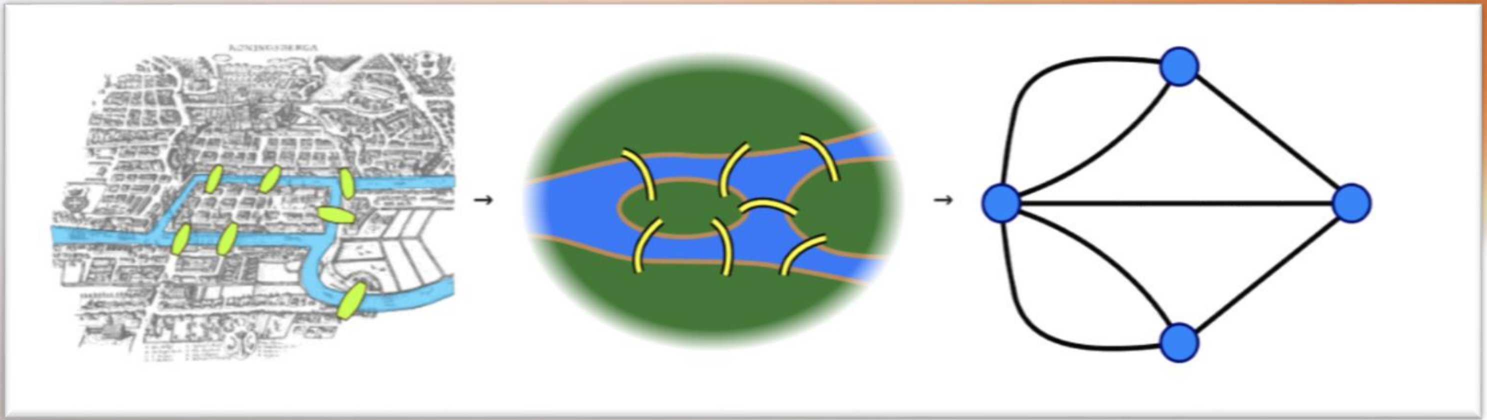
Он предложил изящное решение знаменитой задачи о 7 Кенигсбергских мостах в 1736 году, а также придумал общий метод решения подобных задач.



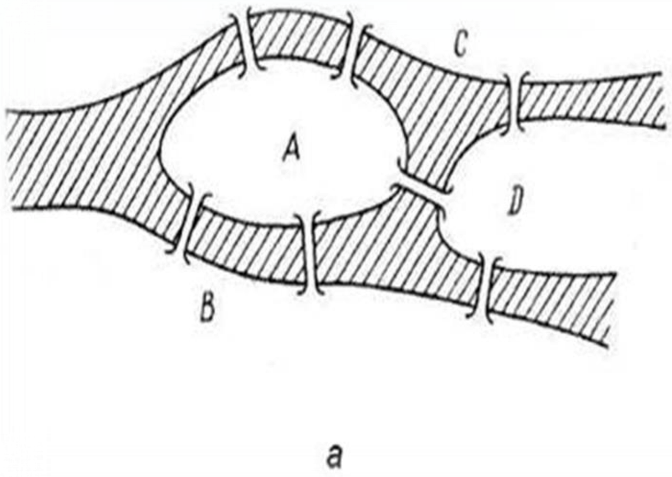
Задача о Кенигсберских мостах.

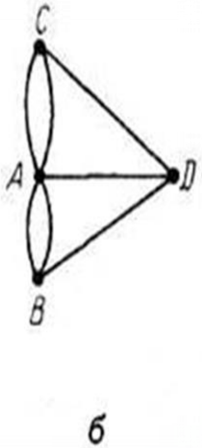
Семь мостов Кёнигсберга, или Задача о семи кёнигсбергских мостах — старинная математическая задача, в которой спрашивалось, как можно пройти по всем семи мостам Кёнигсберга, не проходя ни по одному из них дважды.





Решение задачи.





На упрощённой схеме города (графе) мостам соответствуют линии (ребра графа), а частям города — точки соединения линий (вершины графа). В ходе рассуждений Эйлер пришёл к следующим выводам: Если все вершины графа чётные, то можно начертить этот граф без отрыва карандаша от бумаги, при этом можно начинать с любой вершины графа и завершить его в той же вершине.

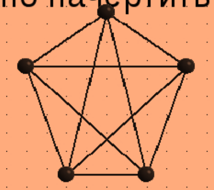
Если ровно две вершины графа нечётные, то можно начертить этот граф без отрыва карандаша от бумаги, при этом нужно начинать с одной из нечётных вершин и завершить его в другой нечётной вершине.

Граф с более чем двумя нечётными вершинами невозможно начертить одним росчерком.

Граф кёнигсбергских мостов имел четыре нечётные вершины (то есть все) — следовательно, невозможно пройти по всем мостам, не проходя ни по одному из них дважды.

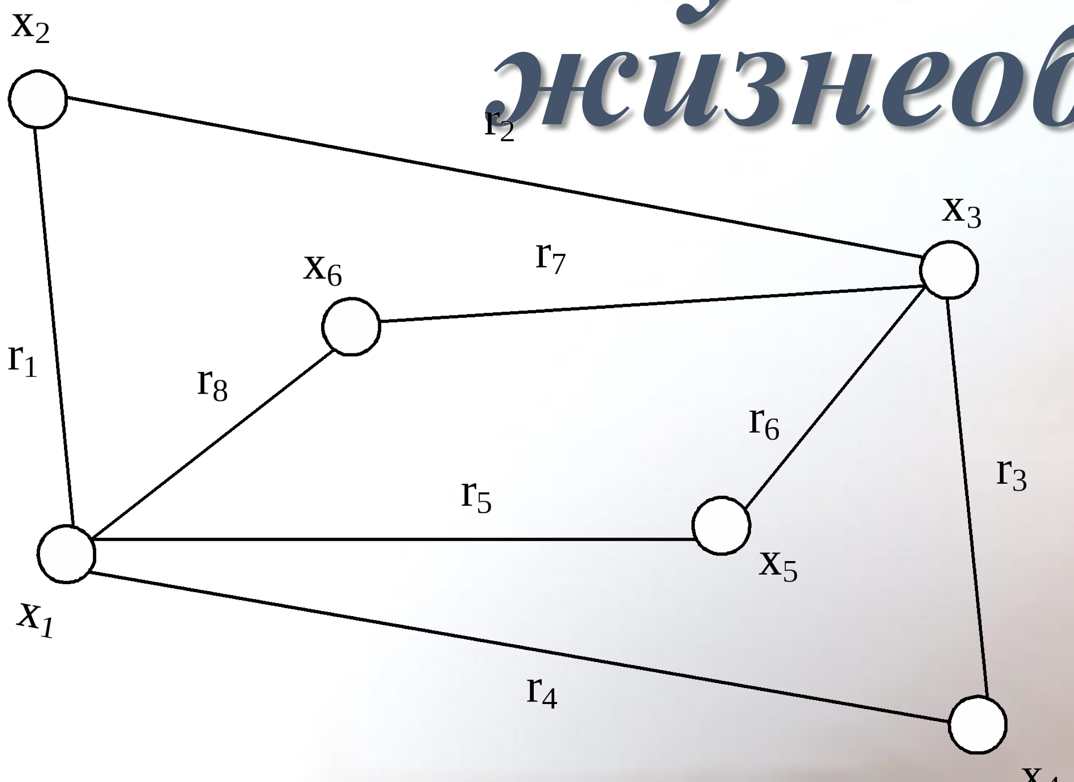
Эйлеровы графы

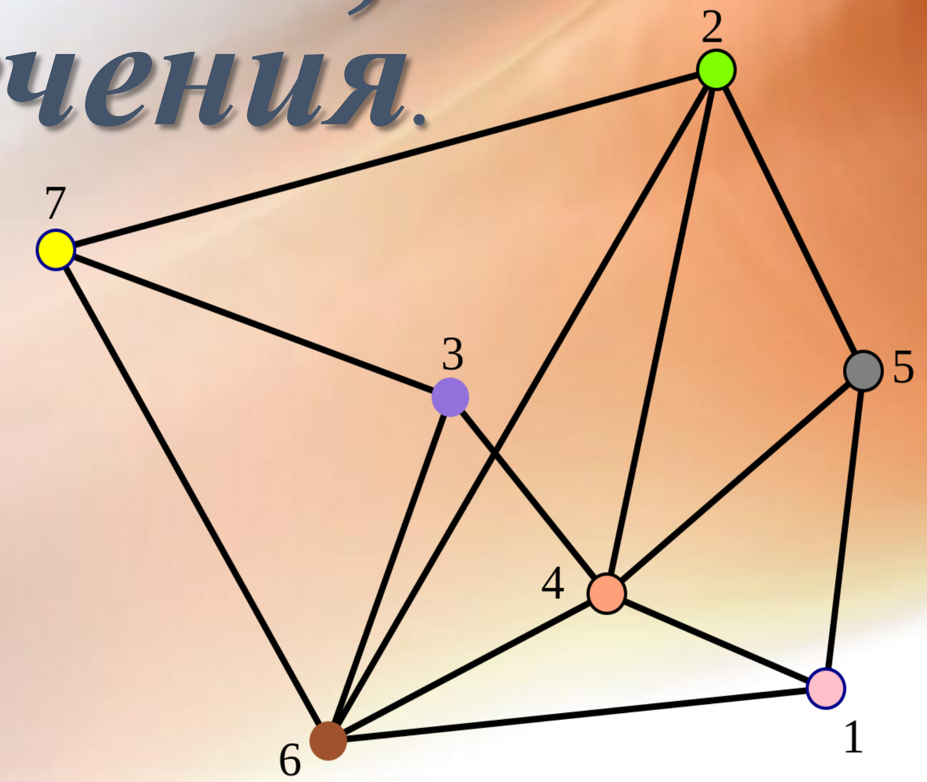
Граф все вершины которого четные (можно начертить одним росчерком)

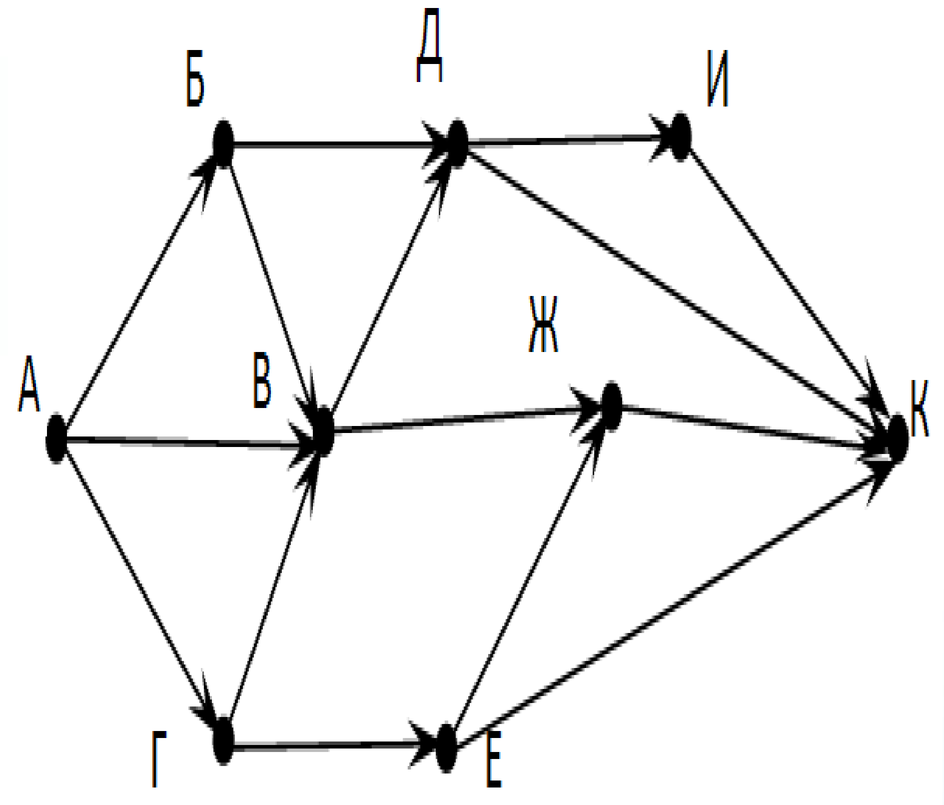


Эйлеровы графы применяются при составлении одностороннего движения в городе.

Используя теорию графов можно решать задачи в различных областях науки и техники , жизнеобеспечения.

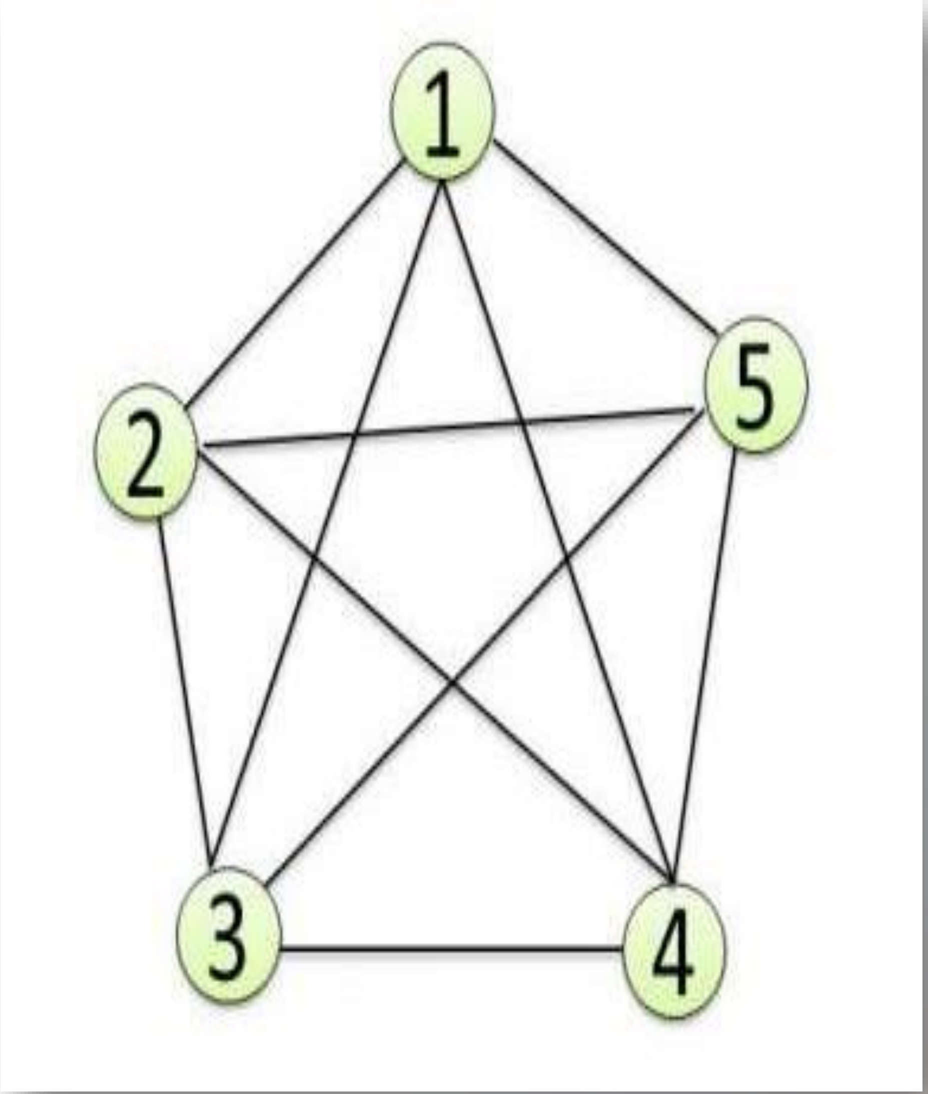






На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?

Для решения данной задачи необходимо выявить все возможные пути к последним точкам перед точкой К. Если мы посчитаем данные пути, то получим 13. Это число и будет являться ответом.



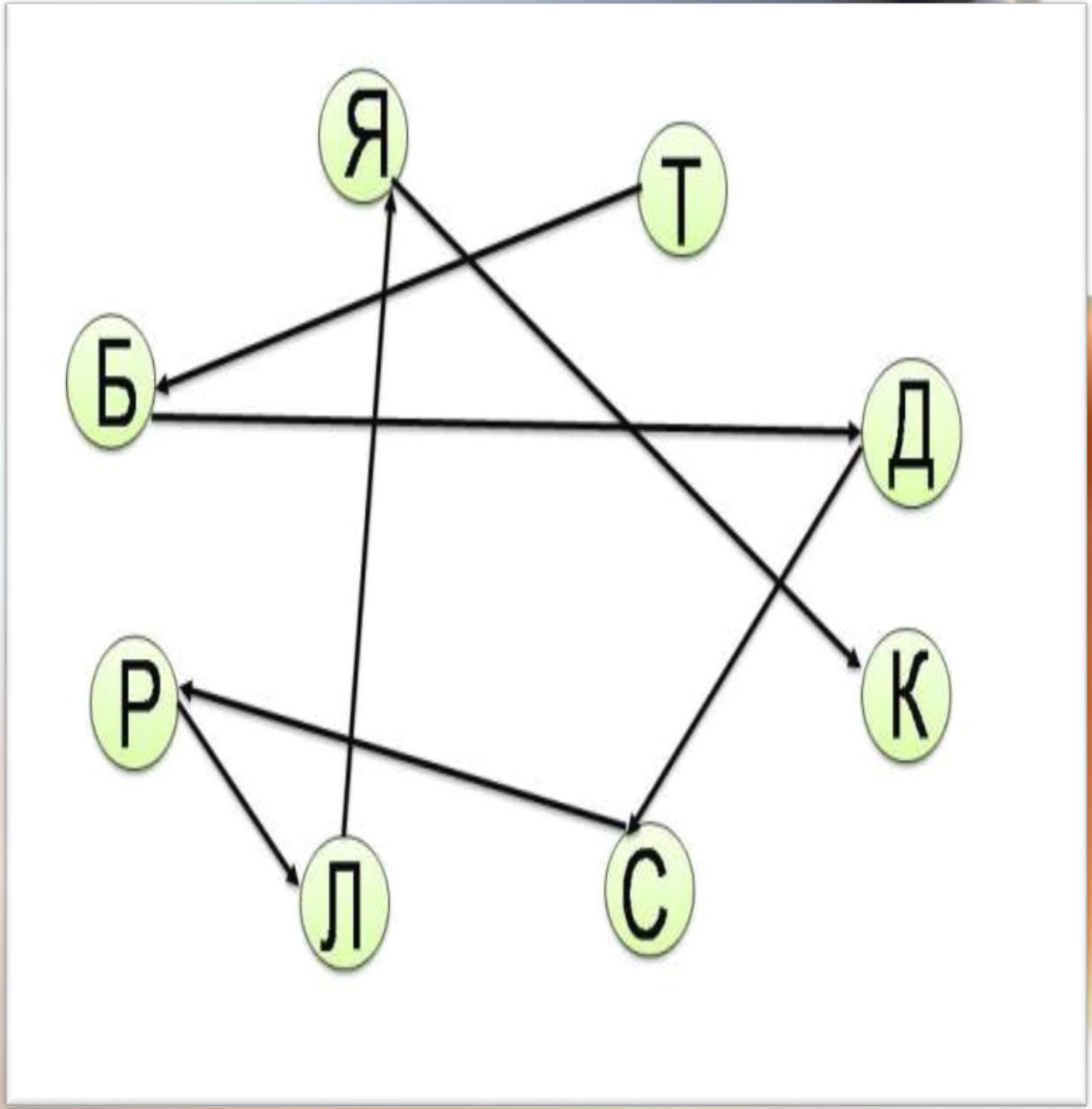
Пятеро ученых, участвовавших в научной конференции, обменялись рукопожатиями . Сколько всего было сделано рукопожатий?

Решение: Обозначим ученых вершинами графа и проведем от каждой вершины линии к четырем другим вершинам. Получаем 10 линий, которые и будут считаться рукопожатиями.

Также эта задача имеет не только графическое, но и математическое решение. Ученые определили следующую закономерность:

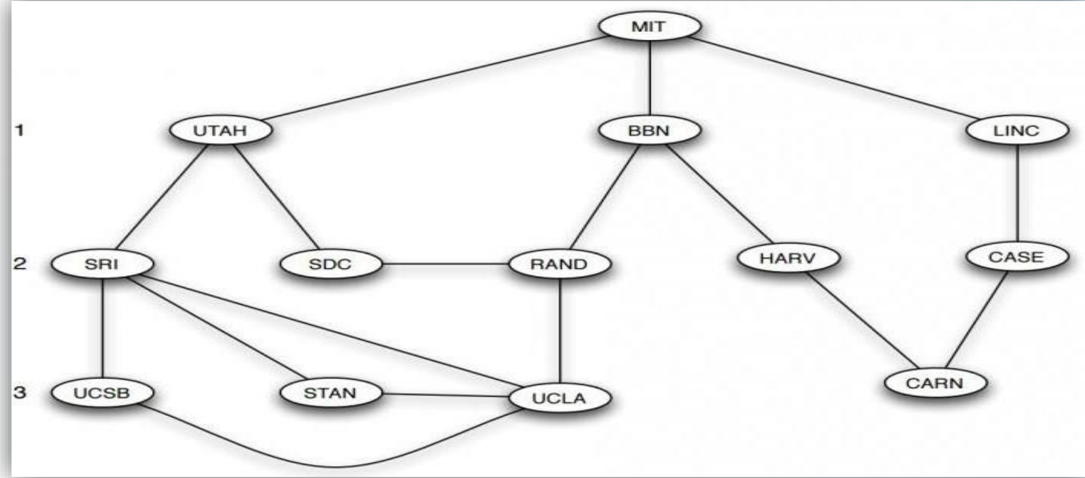
Если полный граф имеет n вершин, то количество ребер будет равно $n(n-1)/2$

На пришкольном участке растут 8 деревьев: яблоня, тополь, береза, рябина, дуб, клен, лиственница и сосна. Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони. Расположите деревья от самого низкого к самому высокому.

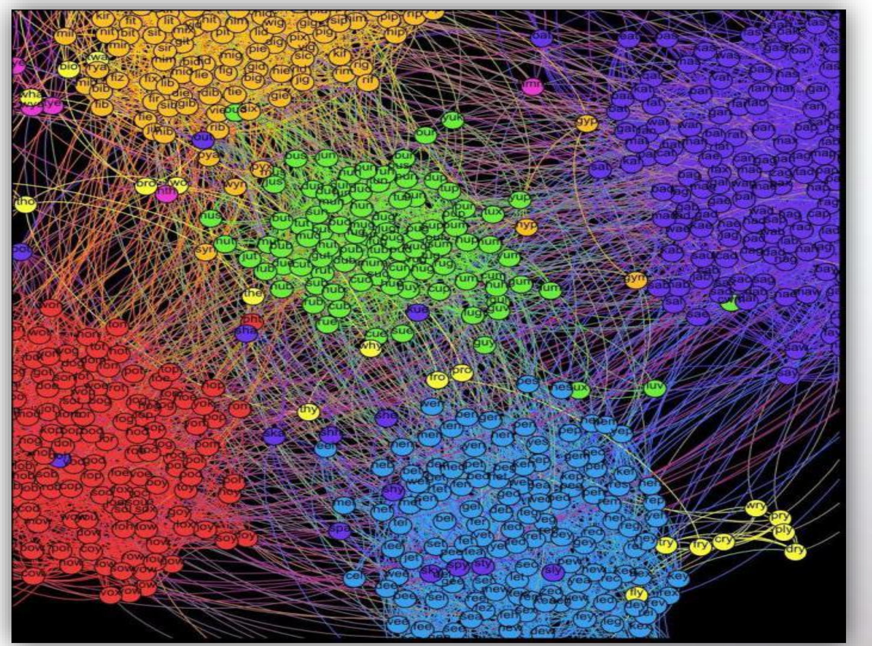


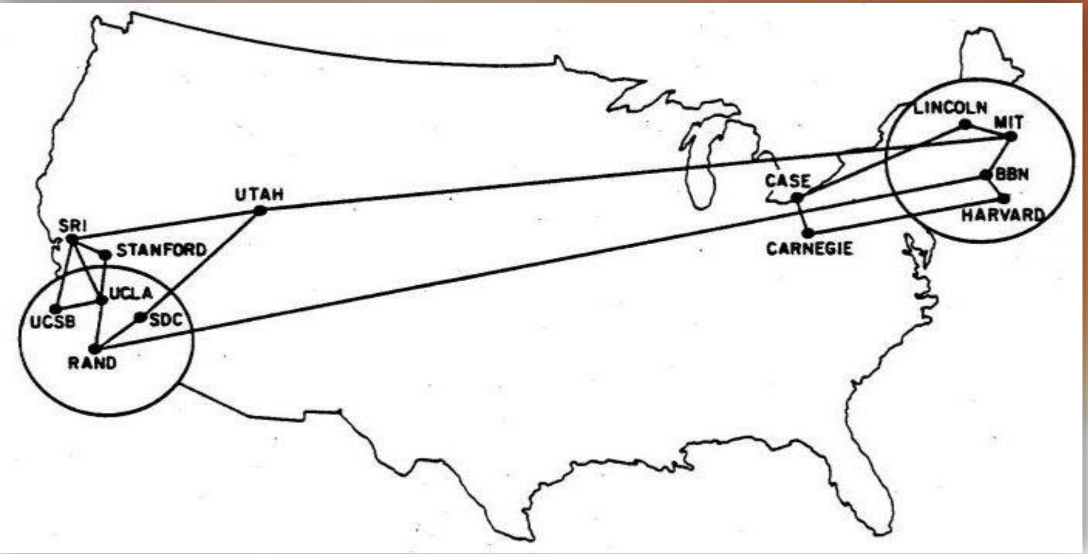
Решение:

Вершины графа - это деревья, обозначенный первой буквой названия дерева. В данной задача два отношения: “быть ниже” и “быть выше”. Рассмотрим отношение “быть выше” и проведем стрелки от более высокого дерева к более низкому. Если в задаче сказано, что рябина выше лиственницы, то стрелку ставим от рябины к лиственнице и т.д. Получаем граф, на котором видно, что самое низкое дерево – клен, затем идут яблоня, лиственница, рябина, сосна, дуб, береза и тополь.

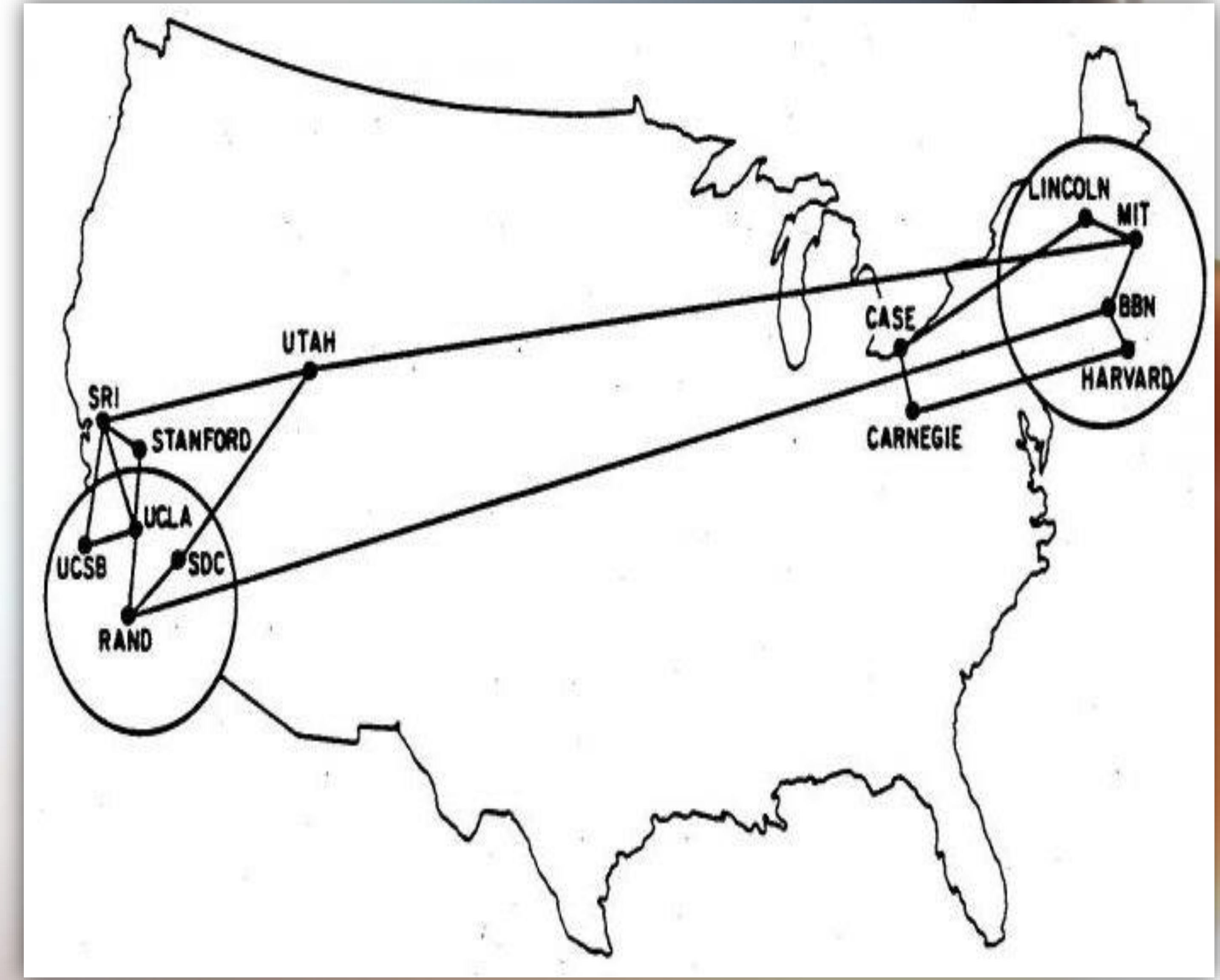


Графы в информатике.

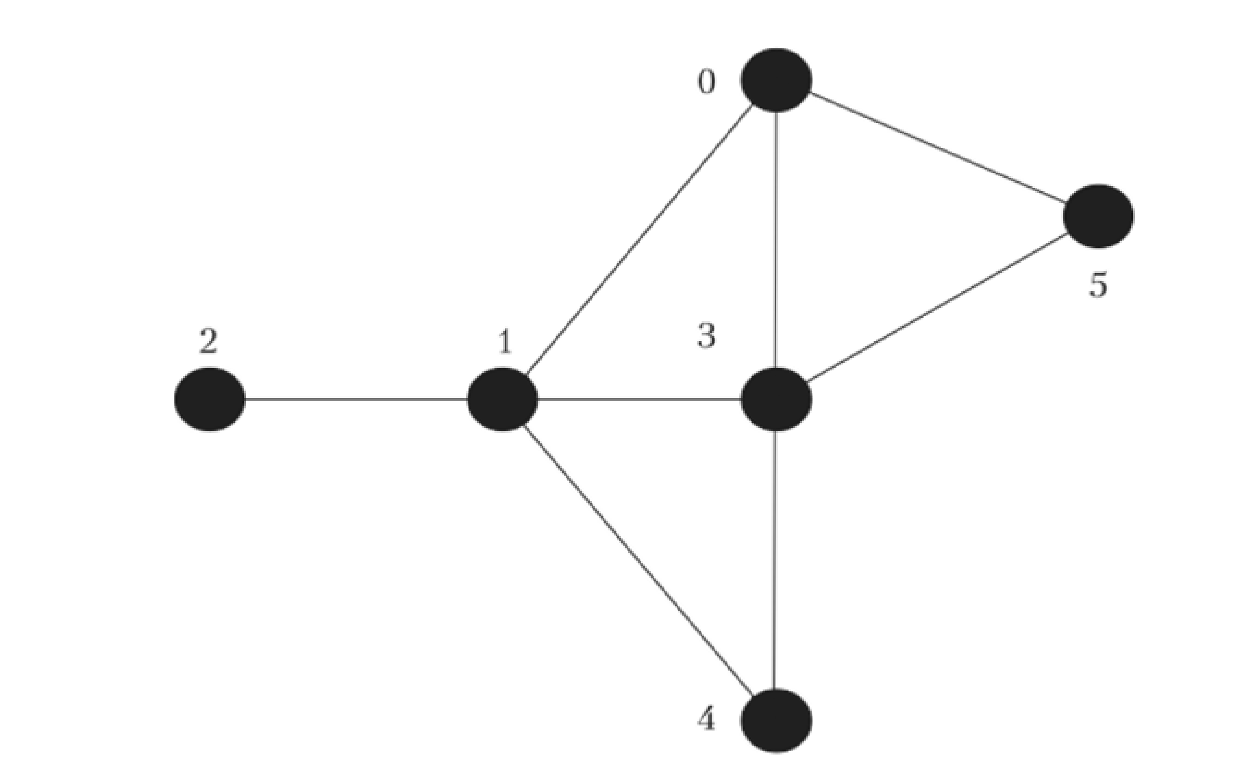


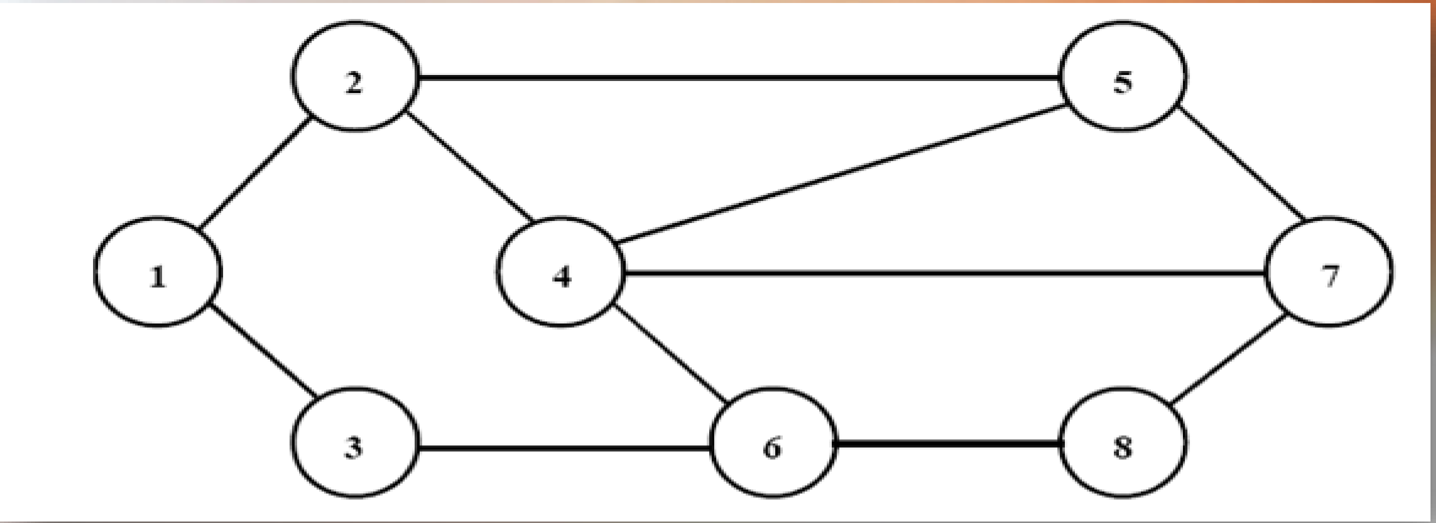


Графы в информатике служат математической моделью сетевых структур. На следующем рисунке представлена структура интернета, тогда носившего название ARPANET, в декабре 1970 года, когда она имела лишь 13 точек. Узлы представляют собой вычислительные центры, а ребра соединяют две вершины с прямой связью между ними.

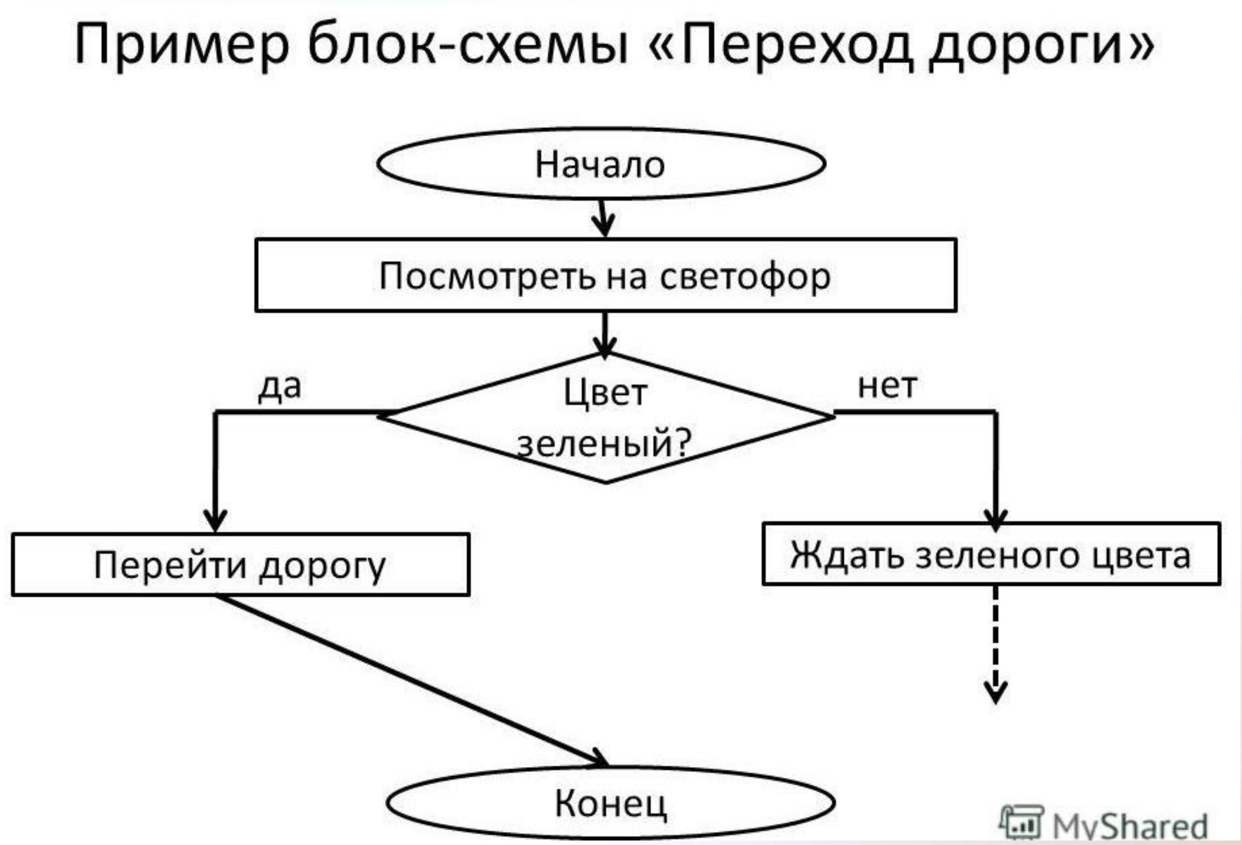


Естественно задаться вопросом, можно ли из каждого узла попасть в любой другой узел. Граф связный, если между каждой парой вершин существует маршрут. Например, сеть ARPANET – связный граф. То же можно сказать и о большинстве коммуникационных и транспортных сетей, так как их цель состоит в том, чтобы направлять трафик от одного узла к другому.





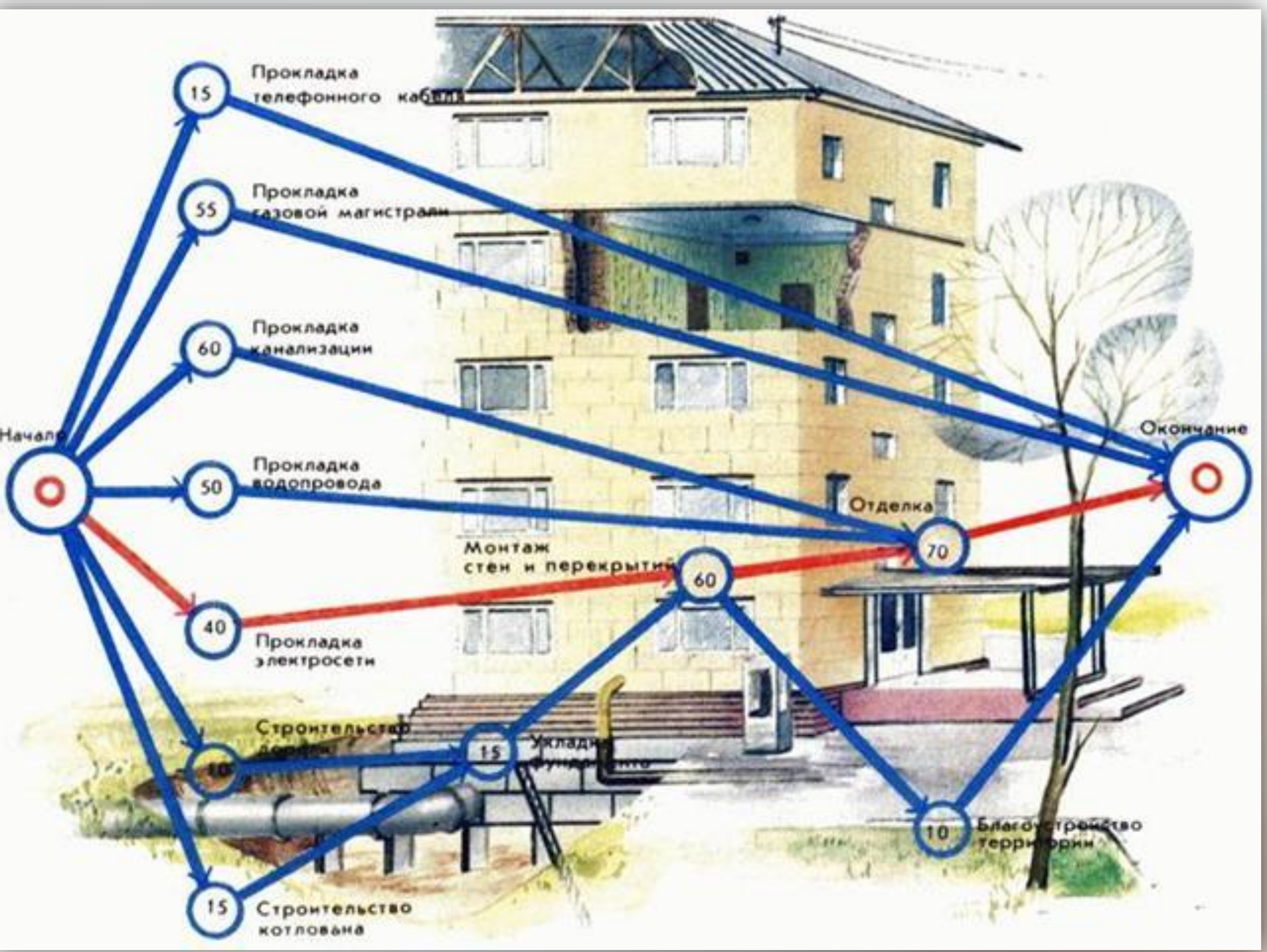
Блок-схема программы.

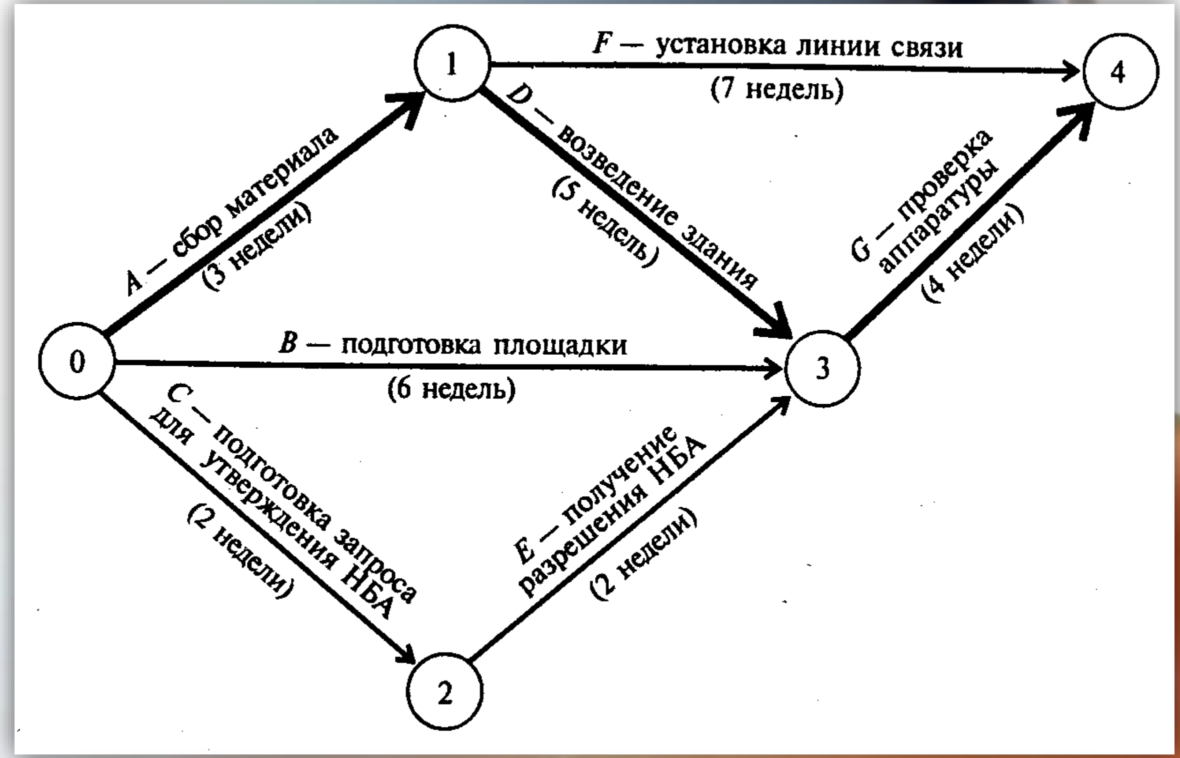


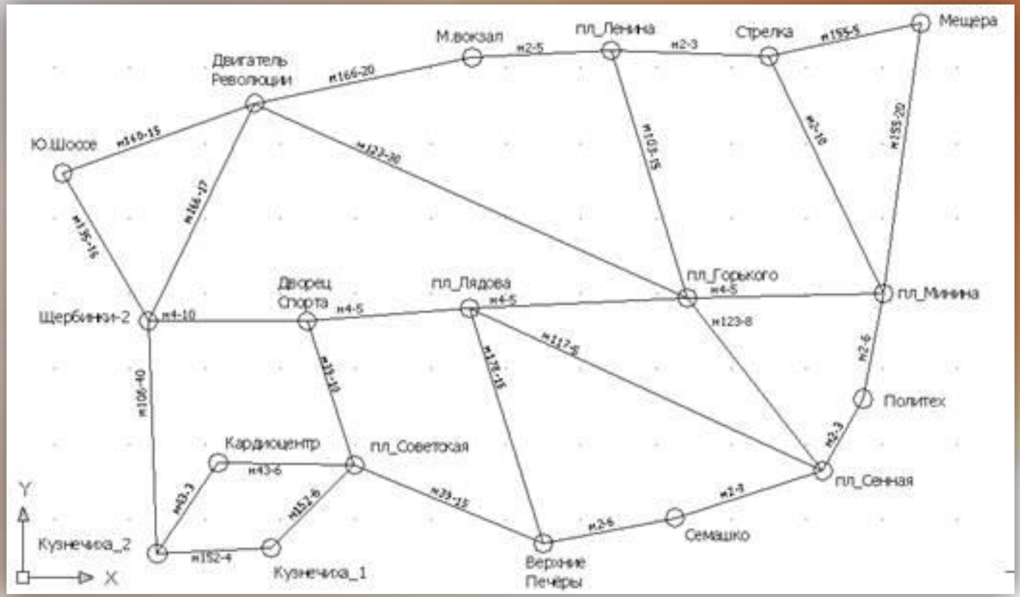
Графами являются блок – схемы программ для ЭВМ, а так же любые электрические цепи или электрическая сеть.

Кроме приведенных примеров, графы широко используются во многих областях нашей жизни.

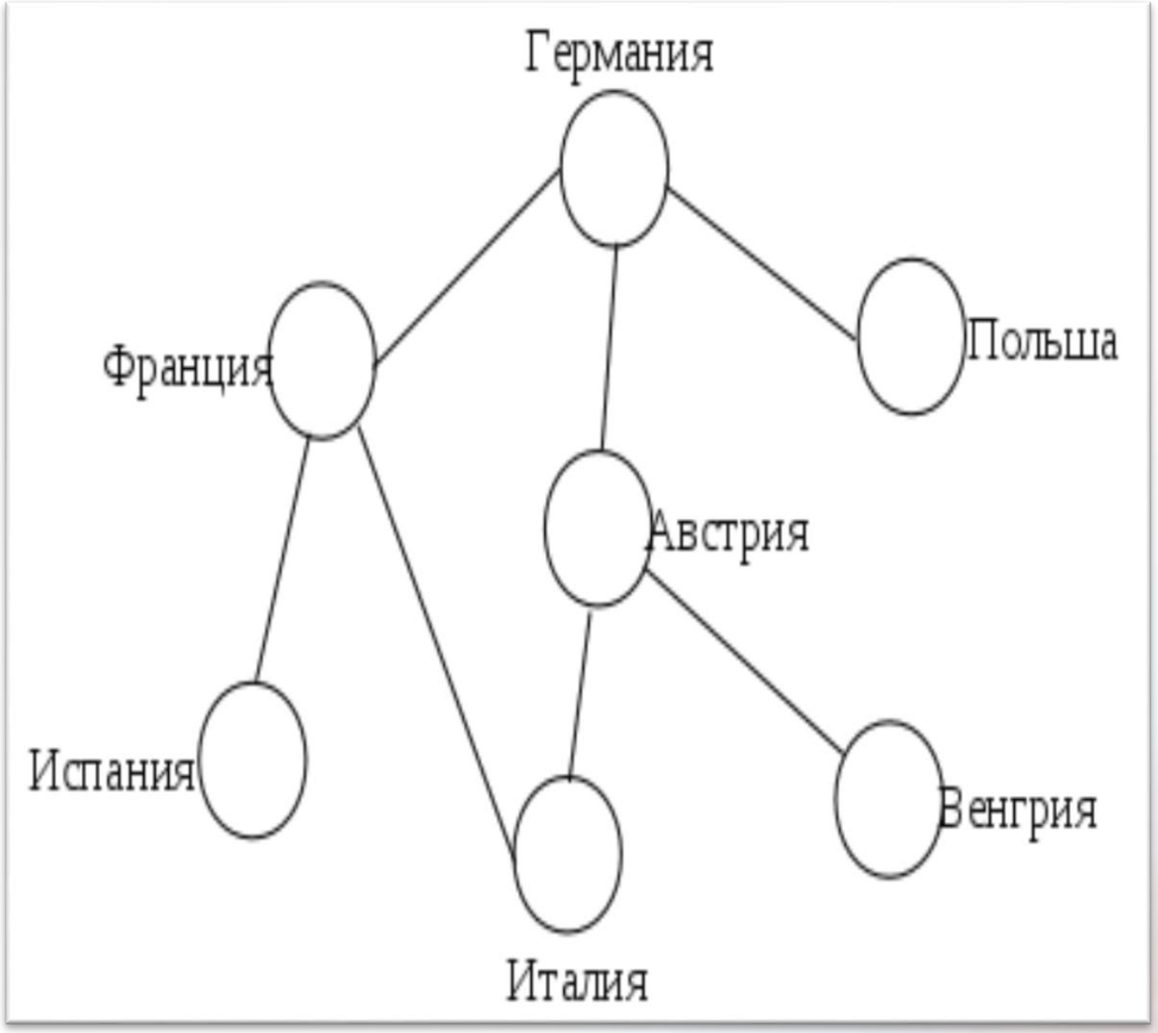
Графы в строительстве.

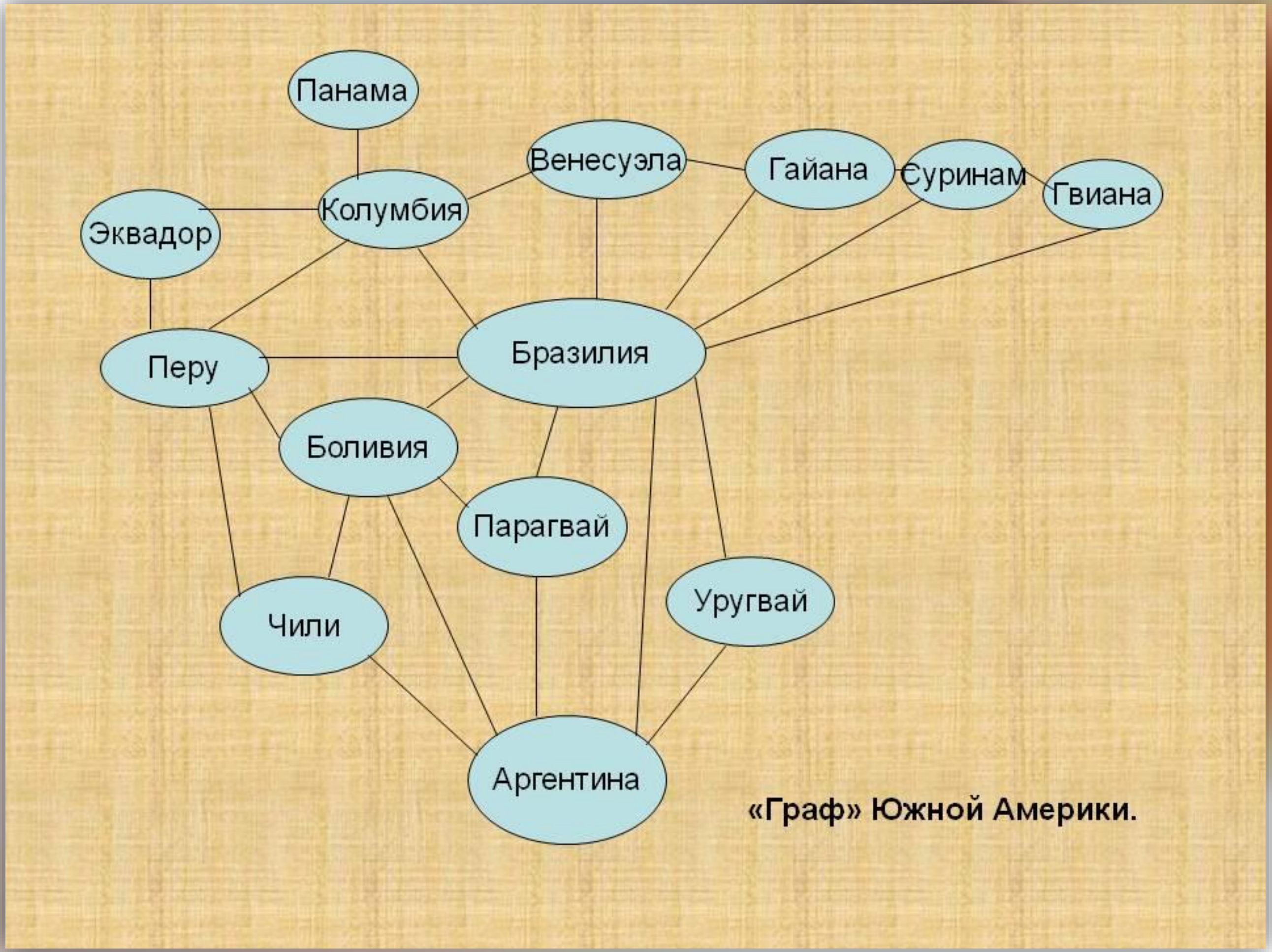






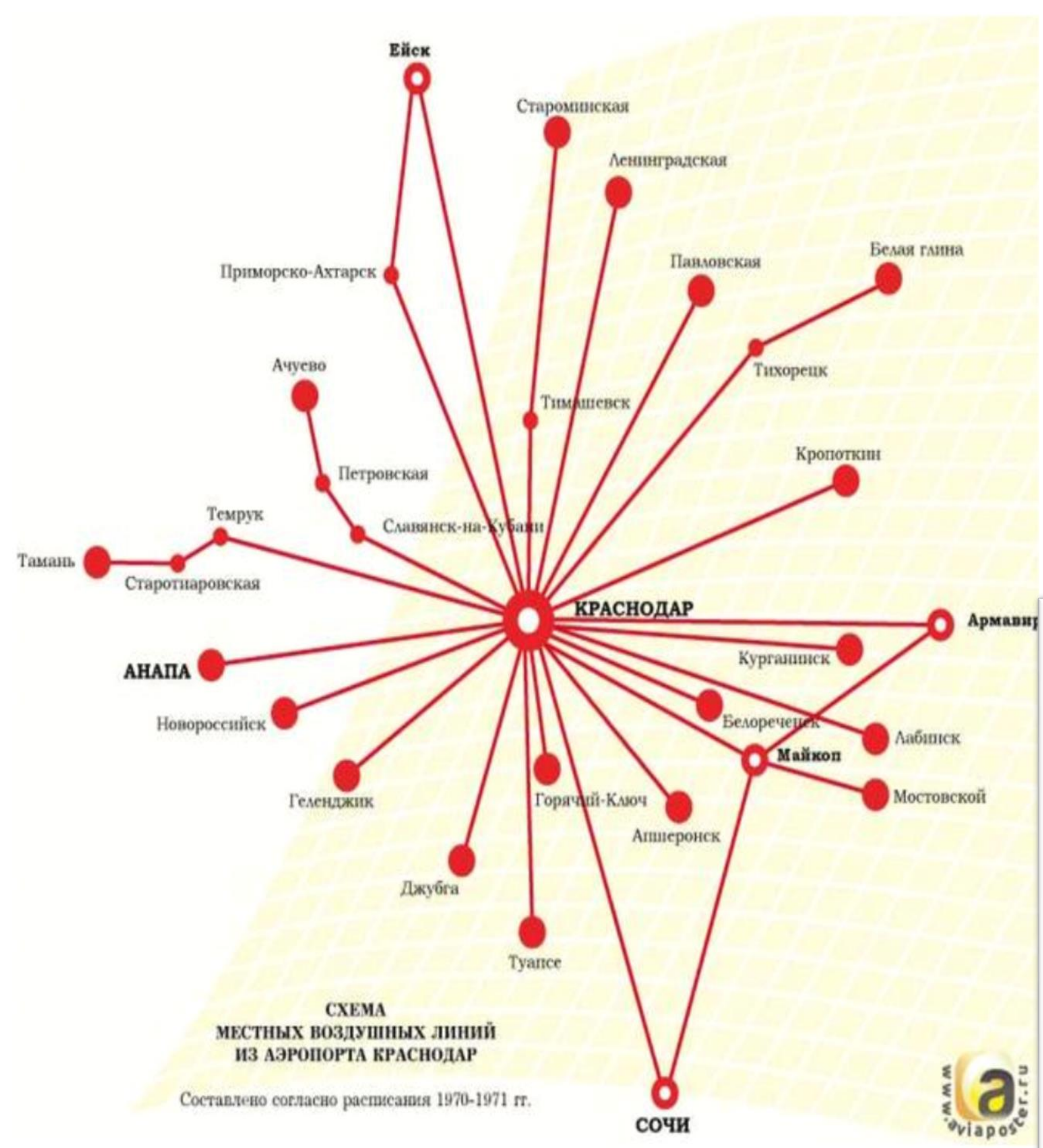
Графы в географии.



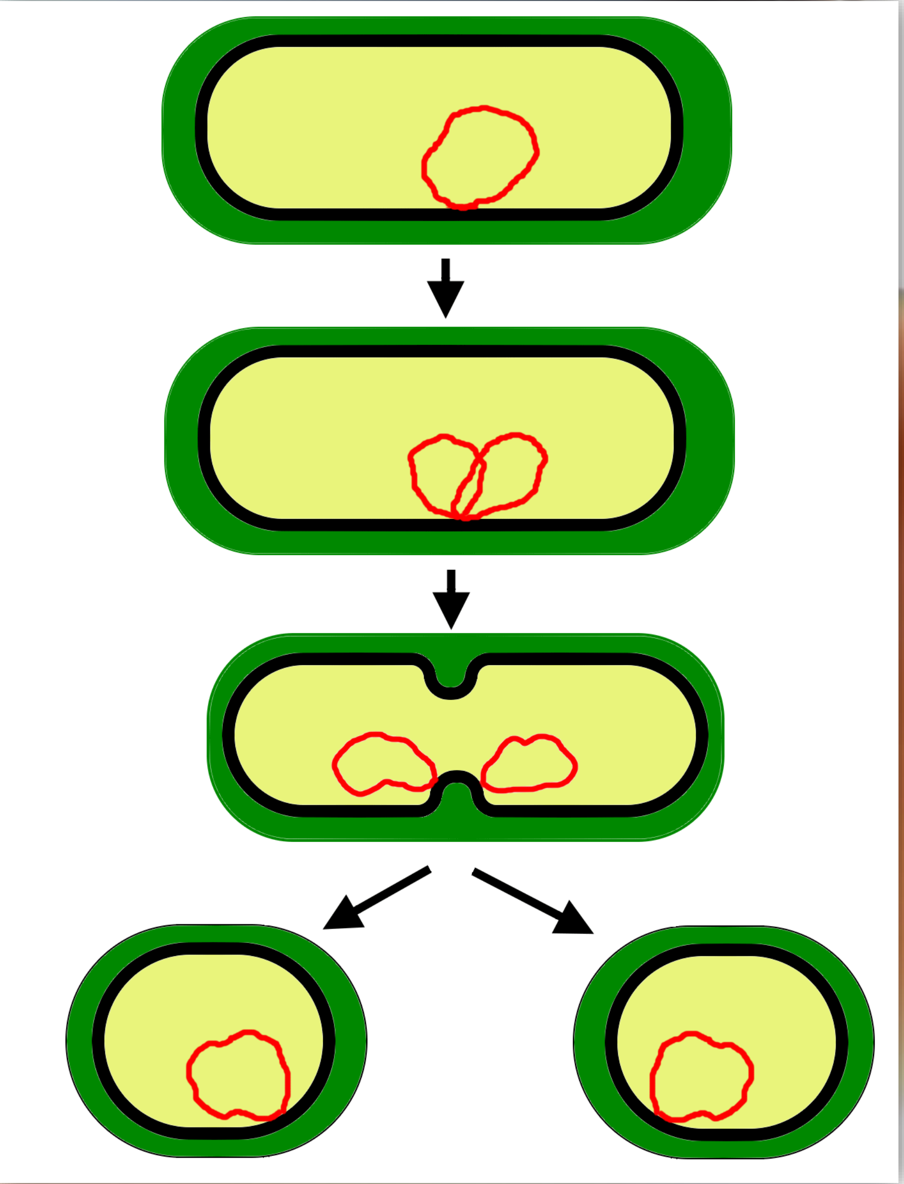


«Граф» Южной Америки.

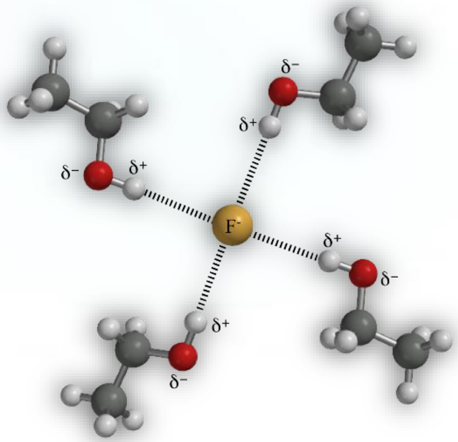
Графы в авиалиниях.

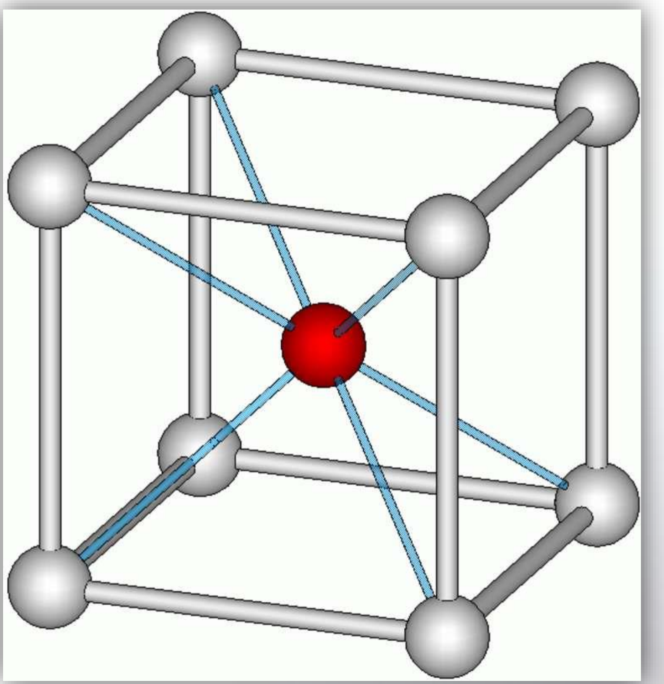


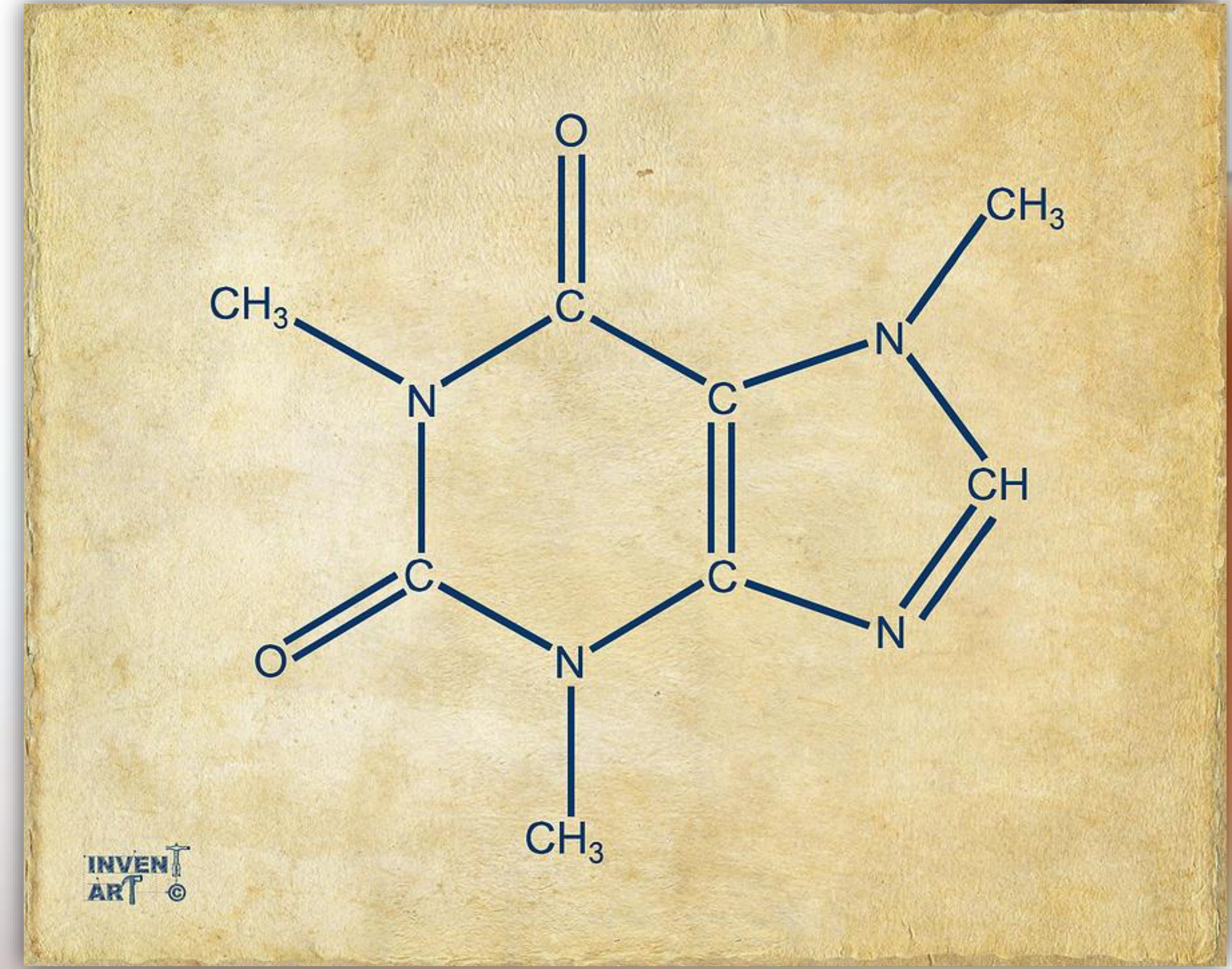
Графы в биологии.



Графы в химии.



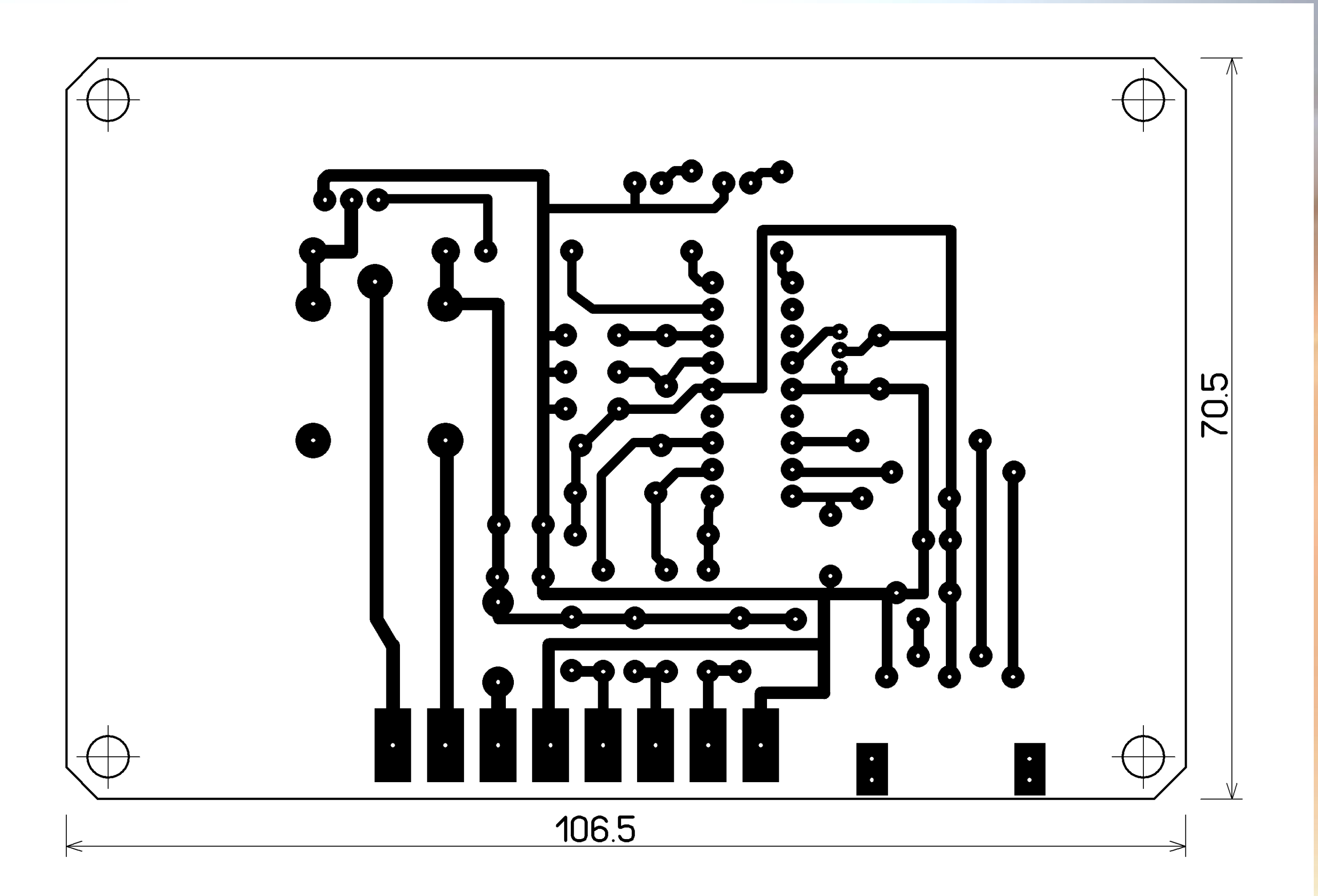




Графы есть и на **картах звездного неба**.

Это созвездия.

Графы в физике.



Заключение

Итак, из всего вышесказанного неопровержимо следует <u>практическая</u> ценность теории . В любой области науки и техники встречаешься с графами. Графы - это замечательные математические объекты, с помощью которых можно решать математические, экономические и логические задачи, различные головоломки и упрощать условия задач по физике, химии.

Литература.

- Зыков А.А. Основы теории графов. - М.:Наука, 1987. - 384 с.

Спасибо за внимание!